Egzamin dyplomowy 2024 - zagadnienia

Pytania na egzaminie dyplomowym dotyczą zagadnień zawartych w przedstawionej pracy dyplomowej oraz zagadnień z kursów obowiązkowych (dla wszystkich specjalności) objętych programem studiów matematycznych pierwszego stopnia, ze szczególnym uwzględnieniem przedstawionych poniżej. Zdający egzamin dyplomowy powinien wykazać się znajomością faktów oraz pojęć związanych z danym zagadnieniem, znać sformułowania twierdzeń, potrafić je zinterpretować, podać przykłady ich zastosowania. Powinien także znać rolę wybranych twierdzeń w rozwoju matematyki i wzajemne relacje pomiędzy różnymi działami matematyki. Powinien w przystępny sposób prezentować osiągnięcia matematyki (także w sposób dostępny dla niespecjalistów) oraz wykazywać postawę krytyczną wobec prezentowanych faktów.

Algebra 1
Przestrzeń wektorowa, liniowa niezależność wektorów, baza i wymiar przestrzeni wektorowej.
Odwzorowania liniowe, ich rodzaje i macierzowa reprezentacja. Odwzorowania dwuliniowe, definicja i przykłady.
Macierze, działania na macierzach, wyznacznik macierzy i jego własności, macierz nieosobliwa i macierz odwrotna, rząd macierz i jego własności.
Układy równań i metody ich rozwiązywania. Wzory Cramera i twierdzenie Kroneckera - Capellego.

Algebra 2
Pojęcia podstawowe w zakresie struktur algebraicznych: grupa, pierścień, ciało.
Twierdzenie Lagrange'a w teorii grup i jego konsekwencje.
Struktury ilorazowe i pojęcia z nimi związane oraz twierdzenia o izomorfizmach dla grup i pierścieni.
Pierwiastki wielomianów i zasadnicze twierdzenie algebry.

Elementy logiki i teorii mnogości
Algebra zdań, algebra zbiorów. Pary uporządkowane, iloczyn kartezjański.
Relacje równoważności i relacje porządku.
Pojęcie funkcji i operacje na nich, obraz, przeciwobraz, injekcja, surjekcja, bijekcja.
Nierówność dla mocy. Moc zbioru potęgowego.
Równoliczność zbiorów, zbiory przeliczalne. Przeliczalność **Q** i nieprzeliczalność **R**.

Arytmetyka z teorią liczb
Działania modulo i ich własności.
Własności liczb pierwszych i zasadnicze twierdzenie arytmetyki.
Małe twierdzenie Fermata i twierdzenie Eulera.
Podstawowe własności i interpretacje liczb zespolonych.

Analiza matematyczna 1-4
Granica dolna i górna oraz granica ciągu liczb rzeczywistych, warunek Cauchy'ego dla ciągów rzeczywistych. Podstawowe twierdzenia o zbieżności ciągów rzeczywistych.
Granica funkcji jednej zmiennej rzeczywistej – własności. Ciągłość funkcji – definicje Cauchy'ego i Heinego. Granica ciągu i funkcji w przestrzeniach metrycznych.
Zupełność przestrzeni metrycznej, twierdzenie Bolzana-Weierstassa i zupełność przestrzeni R, C i R^n.
Pojęcie zwartości zbioru, podzbiory zwarte R^n, ciągłość a zwartość.
Pojęcie spójności zbioru, podzbiory spójne w R, ciągłość a spójność, własność Darboux funkcji.
Szeregi liczbowe zbieżne i bezwzględnie zbieżne; kryteria zbieżności szeregów.
Pochodna funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Twierdzenia o wartości średniej. Ekstrema lokalne funkcji jednej zmiennej, badanie przebiegu funkcji.
Pochodne kierunkowe i cząstkowe, pochodna funkcji wielu zmiennych. Wzór Taylora dla funkcji jednej i wielu zmiennych. Ekstrema lokalne funkcji wielu zmiennych - warunki istnienia.

Twierdzenie o funkcji odwrotnej i funkcji uwikłanej.
Całka Riemanna funkcji jednej i wielu zmiennych rzeczywistych – konstrukcja i zastosowania.
Zbieżności punktowa i jednostajna ciągów i szeregów funkcyjnych. Różniczkowalność i całkowalność ciągów oraz szeregów funkcji. Szeregi potęgowe.
Miara, zupełność miary, miara Lebesgue'a w R^n. Całka Lebesgue'a. Twierdzenia Lebesgue'a o zbieżności monotonicznej i zbieżności ograniczonej. Twierdzenie Fubiniego i twierdzenie o zmianie zmiennych w całce.
Szeregi Fouriera i ich zbieżność.

Elementy geometrii
Twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenia kosinusów i sinusów.
Trójkąty i ich własności, twierdzenie Cevy i twierdzenie Menelaosa.
Równania prostej na płaszczyźnie. Odległość punktu od prostej.

Rachunek prawdopodobieństwa,
Przestrzeń probabilistyczna (algebra zbiorów, prawdopodobieństwo, mierzalność, zbiory borelowskie).
Prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa.
Zmienne losowe (mierzalność, niezależność, rozkład, wartość oczekiwana, wariancja, dystrybuanta, gęstość, funkcja charakterystyczna).
Podstawowe rozkłady prawdopodobieństwa (rozkład Bernoullego, rozkład Poissona,
rozkład normalny) i ich własności.
Nierówności probabilistyczne (reguła trzech sigm, nierówności Czebyszewa, Markowa, Czebyszewa - Bienayme)
Twierdzenia graniczne (twierdzenia Poissona, de Moivre'a-Laplace'a).